Proving segments relationships

فيما سبق:

درستُ كتابة البرهان الجبري والبرهان ذي العمودين.

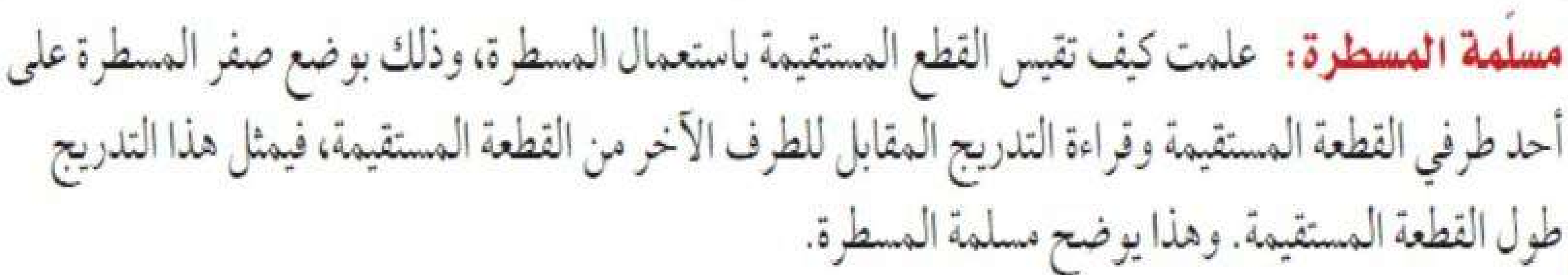
والآن:

- أكتب براهين تتضمن جمع القطع المستقيمة.
- أكتب براهين تتضمن تطابق قطع مستقيمة.



يعمل عبدالله في محل لبيع الأقمشة، ويقيس القماش بوضع حافته عند حافة تدريج المسطرة التي طولها متر واحد. ولكي يقيس أطوالًا مثل 125 cm، يقيس مترًا من القماش ويضع علامة عليه، ثم يقيس من تلك العلامة 25 cm أخرى.

فيصبح الطول $100\,cm + 25\,cm = 125\,cm$.



مسلَمة المسطرة: علمت كيف تقيس القطع المستقيمة باستعمال المسطرة، وذلك بوضع صفر المسطرة على أحد طرفي القطعة المستقيمة وقراءة التدريج المقابل للطرف الآخر من القطعة المستقيمة، فيمثل هذا التدريج طول القطعة المستقيمة. وهذا يوضح مسلمة المسطرة.



مسلمة 1.8

أضف إلى مطويتك

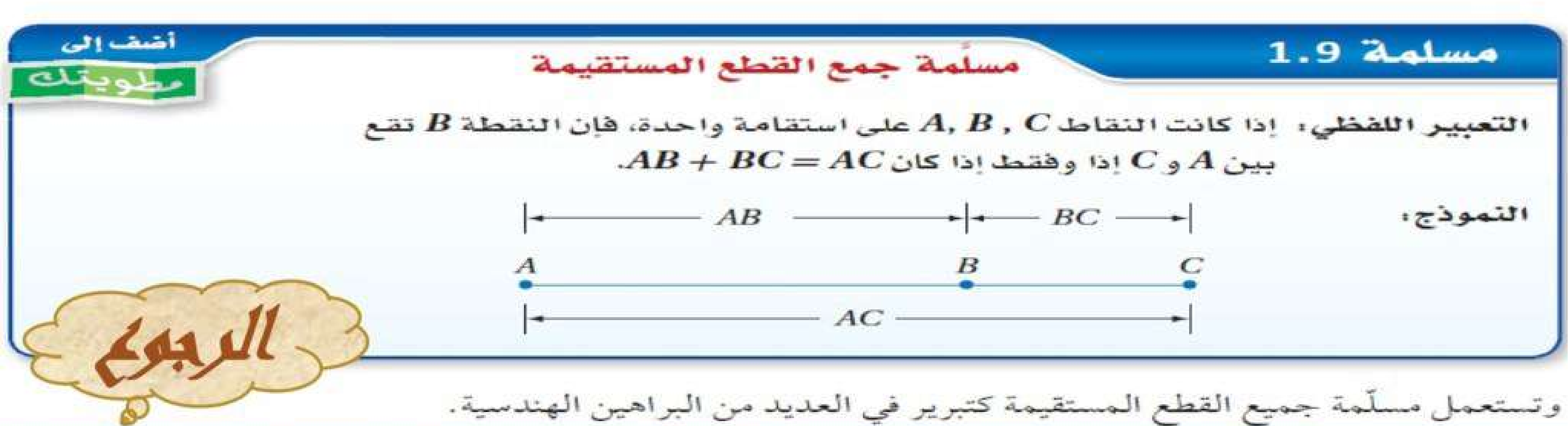
مسلّمة المسطرة

التعبير اللفظي: النقاط التي تقع على مستقيم أو قطعة مستقيمة يمكن ربطها بأعداد حقيقية.

مثال: إذا أعطيت نقطتين A و B على مستقيم، وكانت A تقابل الصفر، فإن B تقابل عددًا موجبًا.

A B
0 1 2 3

يمكن التعبير عن معنى وقوع نقطة بين نقطتين أخريين بمسلّمة جمع القطع المستقيمة.



مسلمة 1.9

أضف إلى مطويتك

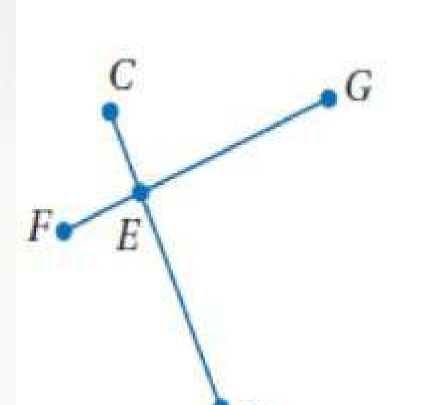
مسلّمة جمع القطع المستقيمة

التعبير اللفظي: إذا كانت النقاط A, B, C على استقامة واحدة، فإن النقطة B تقع بين A و C إذا وفقط إذا كان $AB + BC = AC$.

النموذج:

وتستعمل مسلّمة جمع القطع المستقيمة كتبرير في العديد من البراهين الهندسية.

مثال 1 استعمال مسلّمة جمع القطع المستقيمة



أثبت أنه إذا كان $\overline{ED} \cong \overline{EG}$, $\overline{CE} \cong \overline{FE}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{FG}$.

المعطيات: $\overline{CE} \cong \overline{FE}$, $\overline{ED} \cong \overline{EG}$

المطلوب: $\overline{CD} \cong \overline{FG}$

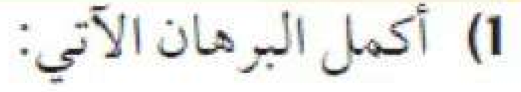
البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\overline{CE} \cong \overline{FE}$, $\overline{ED} \cong \overline{EG}$	1) معطيات
2) $CE = FE$; $ED = EG$	2) تعريف تطابق القطع المستقيمة
3) $CE + ED = CD$	3) مسلّمة جمع القطع المستقيمة
4) $FE + EG = CD$	4) بالتعويض (الخطوتان 2 و 3)
5) $FE + EG = FG$	5) مسلّمة جمع القطع المستقيمة
6) $CD = FG$	6) بالتعويض (الخطوتان 4 و 5)
7) $\overline{CD} \cong \overline{FG}$	7) تعريف تطابق القطع المستقيمة

قراءة الرياضيات

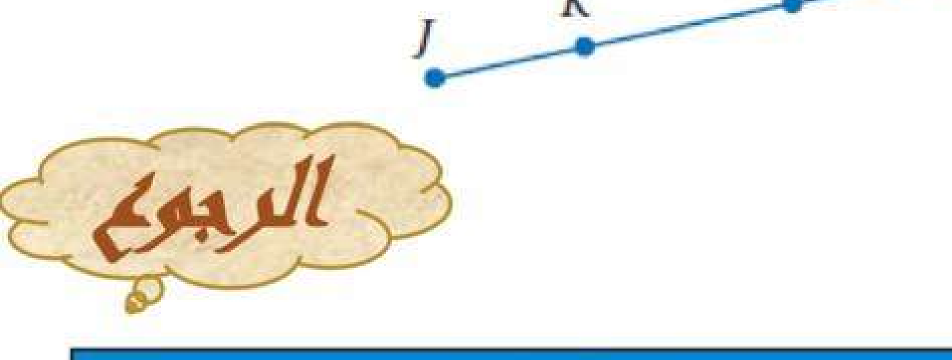
خاصية التعويض للمساواة يكتب بدل خاصية التعويض للمساواة "بالتعويض" اختصارًا عند استعمالها في البراهين.





1) أكمل البرهان الآتي:





المعطيات: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$

المطلوب: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

البرهان:

العبارات	المبررات
a) $\overline{JL} \cong \overline{KM}$	a) معطيات
b) $JL = KM$	b) ؟ ____ تعريف تطابق القطع المستقيمة
c) $JK + KL =$ ____؟ JL ، $KL + LM =$ ____؟ KM	c) مسلمة جمع القطع المستقيمة
d) $JK + KL = KL + LM$	d) ؟ ____ بالتعويض
e) $JK + KL - KL = KL + LM - KL$	e) خاصية الطرح للمساواة
f) ____؟ $JK = LM$	f) بالتعويض
g) $\overline{JK} \cong \overline{LM}$	g) تعريف تطابق القطع المستقيمة

تطابق القطع المستقيمة : درستَ سابقًا أن أطوال القطع المستقيمة تحقق خاصية الانعكاس والتماثل والتعدي. وبما أن القطع المستقيمة المتساوية الطول متطابقة، فإن تطابق القطع المستقيمة يحقق أيضًا خصائص الانعكاس والتماثل والتعدي.

الرجوع

نظرية 1.2

أضف إلى مطويتك

خصائص تطابق القطع المستقيمة

خاصية الانعكاس للتطابق	$\overline{AB} \cong \overline{AB}$
خاصية التماثل للتطابق	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$
خاصية التعدي للتطابق	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

برهان

أضف إلى مطويتك

خاصية التعدي للتطابق

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{CD} \cong \overline{EF}$

المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

B A E F C D

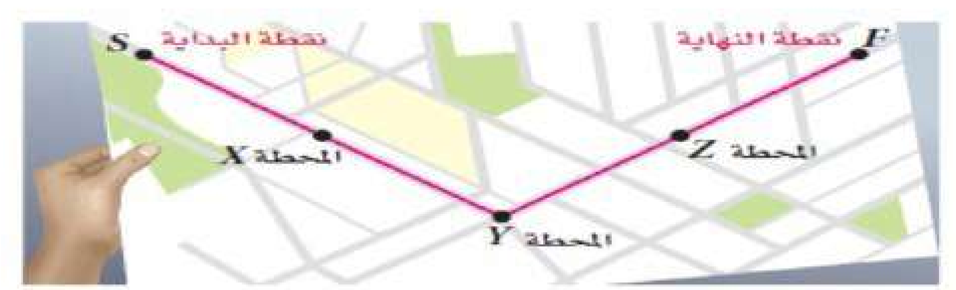
برهان حر:

بما أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $AB = CD, CD = EF$ ، وذلك من تعريف تطابق القطع المستقيمة. وباستعمال خاصية التعدي للمساواة ينتج أن $AB = EF$ ؛ لذا $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ من تعريف التطابق.

مثال 2 من واقع الحياة البرهان باستعمال تطابق القطع المستقيمة

ماراثون: تبين الخريطة أدناه المسار الذي سيسلكه المشاركون في سباق ماراثون. تقع المحطتان X و Z عند نقطتي المنتصف بين نقطة البداية والمحطة Y ونقطة النهاية والمحطة Y. على التوالي. إذا كان بعدا المحطة Y عن النقطتين X و Z، متساويين، فأثبت أن الطريق من المحطة Z إلى نقطة النهاية يتطابق مع الطريق من المحطة X إلى نقطة البداية.





المعطيات: X نقطة منتصف $\overline{SY}$ ، Z نقطة منتصف $\overline{YF}$، $XY = YZ$

المطلوب: $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) X نقطة منتصف $\overline{SY}$ ، Z نقطة منتصف $\overline{YF}$ ، $XY = YZ$	1) معطيات
2) $\overline{SX} \cong \overline{XY}$, $\overline{YZ} \cong \overline{ZF}$	2) تعريف نقطة المنتصف
3) $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$	3) تعريف تطابق القطع المستقيمة
4) $\overline{SX} \cong \overline{YZ}$	4) خاصية التعدي للتطابق
5) $\overline{SX} \cong \overline{ZF}$	5) خاصية التعدي للتطابق
6) $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$	6) خاصية التماثل للتطابق



2) **نجارة:** قص نجار قطعة خشبية طولها 22 in . ثم استعملها نموذجًا ليقص قطعة أخرى مطابقة لها. وهكذا استعمل القطعة الثانية ليقص قطعة ثالثة. ثم استعمل القطعة الثالثة ليقص قطعة رابعة. أثبت أن طول القطعة الرابعة يساوي طول القطعة الأولى.

2) المعطيات: $\overline{KL} \cong \overline{MN}$, $\overline{MN} \cong \overline{PQ}$, $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $RS = KL$

البرهان: إذا كان: $\overline{MN} = \overline{PQ}$, $\overline{KL} = \overline{MN}$، فإن $\overline{KL} = \overline{PQ}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

إذا كان $\overline{PQ} = \overline{RS}$، فإن $\overline{KL} = \overline{RS}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

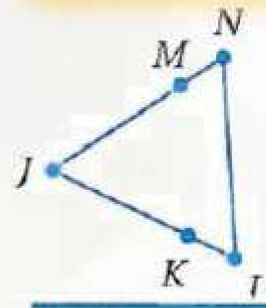
$\overline{RS} = \overline{KL}$ باستعمال خاصية التماثل للتطابق.

$RS = KL$ باستعمال تعريف تطابق القطع المستقيمة.

ومن ذلك يكون طول القطعة الخشبية الأولى مساويًا طول القطعة الخشبية الرابعة.



الفصل الأول ١-٧ إثبات علاقات بين القطع المستقيمة
Proving segments relationships



١) أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $\overline{LK} \cong \overline{NM}$, $\overline{KJ} \cong \overline{MJ}$

المطلوب: $\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$

البرهان:

العبارات	المبررات
a) $\overline{LK} \cong \overline{NM}, \overline{KJ} \cong \overline{MJ}$	a) ؟ معطيات
b) ؟ LK= NM, KJ = MJ	b) تعريف تطابق القطع المستقيمة
c) $LK + KJ = NM + KJ$	c) ؟ خاصية الجمع للمساواة
d) $LK + KJ = NM + MJ$	d)
e) ؟ LJ = LK + KJ; NJ = NM + MJ	e) مسلّمة جمع أطوال القطع المستقيمة
f) $LJ = NJ$	f) ؟ بالتعويض
g) $\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$	g) ؟ تعريف تطابق القطع المستقيمة



2) **مقص:** في الشكل المجاور، $\overline{AR} \cong \overline{CR}$, $\overline{DR} \cong \overline{BR}$، أثبت أن:

$AR + DR = CR + BR$.

<u>المعطيات:</u>

$\overline{AR} \cong \overline{CR}; \overline{DR} \cong \overline{BR}$

<u>المطلوب:</u>

$\overline{AR} + \overline{DR} = \overline{CR} + \overline{BR}$

البرهان:

<u>(العبارات المبررات)</u>

1) $\overline{AR} \cong \overline{CR}; \overline{DR} \cong \overline{BR}$

(معطيات)

2) $AR = CR, DR = BR$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $AR + DR = CR + DR$

(خاصية الجمع للمساواة)

4) $AR + DR = CR + BR$

(بالتعويض)



3) أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: C نقطة منتصف $\overline{AE}$.

C نقطة منتصف $\overline{BD}$.

$\overline{AE} \cong \overline{BD}$

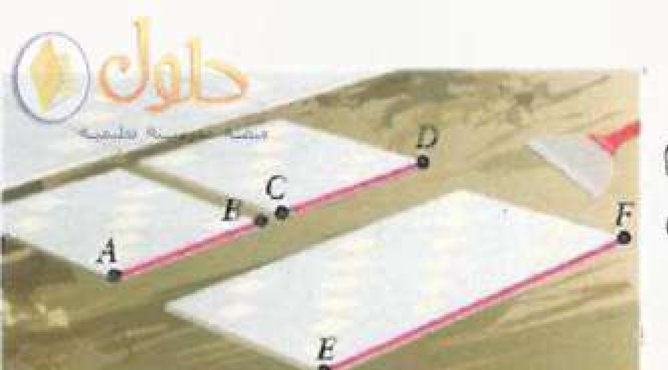
المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{CD}$

A B C D E

البرهان:

المبررات	العبارات
a) معطيات	a) C نقطة منتصف $\overline{AE}$ ، C نقطة منتصف $\overline{BD}$
b) ؟ تعريف نقطة المنتصف	b) $AC = CE,\ BC = CD$
c) ؟ تعريف تطابق القطع المستقيمة	c) $AE = BD$
d) مسلّمة جمع أطوال القطع المستقيمة	d) ؟ AE = AC+CE, BD = BC +CD
e) ؟ بالتعويض	e) $AC + CE = BC + CD$
f) ؟ بالتعويض	f) $AC + AC = CD + CD$
g) بالتبسيط	g) ؟ 2AC = 2CD
h) بالقسمة	h) ؟ AC = CD
i) ؟ تطابق القطع المستقيمة	i) $\overline{AC} \cong \overline{CD}$





4) **تبليط:** قص مبلِّط قطعة بلاط بطول معين، ثم استعملها نموذجًا ليقص بلاطة ثانية تطابق الأولى، ثم استعمل هاتين البلاطتين لقص بلاطة ثالثة طولها يساوي مجموع طولَي البلاطتين. أثبت أن طول البلاطة الثالثة يساوي مثلَي طول البلاطة الأولى.

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}, AB + CD = EF$

المطلوب: $2AB = EF$

البرهان:

(العبارات المبررات)

1) $AB \cong CD, AB + CD = EF$ (معطيات)

2) $AB = CD$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $AB + AB = EF$ (بالتعويض)

4) $2AB = EF$ (بالتعويض)

أثبت الخاصيتين الآتيتين في النظرية (1.2).

5) خاصية التماثل للتطابق.

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب: $\overline{CD} \cong \overline{AB}$



البرهان:
(العبارات المبررات)

1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (معطيات)

2) $AB = CD$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $CD = AB$ (خاصية التماثل للمساواة)

4) $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

6) خاصية الانعكاس للتطابق.

المعطيات: $\overline{AB}$

المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{AB}$

البرهان:

العبارات(المبررات)

١) $\overline{AB}$ **(معطيات)**

٢) $AB = AB$ **(خاصية الانعكاس للمساواة)**

٣) $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ **(تعريف تطابق القطع المستقيمة)**





برهان: أثبت كلًّا مما يأتي:

المعطيات: $\overline{VZ} \cong \overline{VY},\ \overline{WY} \cong \overline{XZ}$.

المطلوب: $\overline{VW} \cong \overline{VX}$

7) إذا كان $\overline{VZ} \cong \overline{VY}\ ,\ \overline{WY} \cong \overline{XZ}$ فإن $\overline{VW} \cong \overline{VX}$.

البرهان:

(العبارات المبررات)


1) $\overline{VZ}\ \overline{VY},\ \overline{WY} \cong \overline{XZ}$ (معطيات)

2) $VZ = VY, WY = XZ$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $VZ = VX + XZ, VY = VW + WY$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

4) $VX + XZ = VW + WY$ (بالتعويض)

5) $VX + WY = VW + WY$ (بالتعويض)

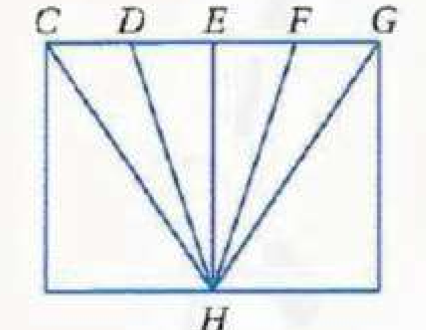
6) $VX = VW$ (خاصية الطرح للمساواة)

7) $VW = VX$ (خاصية التماثل للمساواة)

8) $\overline{VW} \cong \overline{VX}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)



8) إذا كانت E نقطة منتصف $\overline{DF}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{FG}$ ، فإن $\overline{CE} \cong \overline{EG}$.



المعطيات: E نقطة منتصف $\overline{DF}$, $\overline{CD} \cong \overline{FG}$.

المطلوب: $\overline{CE} \cong \overline{EG}$

البرهان:

(العبارات المبررات)

1) E نقطة منتصف $\overline{DF}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{FG}$. (معطيات)

2) $DE = EF$ (تعريف نقطة المنتصف)

3) $CD = FG$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

4) $CD + DE = EF + FG$ (خاصية الجمع للمساواة)

5) $CE = CD + DE , EG = EF + FG$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

6) $CE = EG$ (بالتعويض)

7) $\overline{CE} \cong \overline{EG}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)



9) إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{GI}$ ، $\overline{FE} \cong \overline{LK}$ ،
$AC + CF + FE = GI + IL + LK$.

a) فأثبت أن $\overline{CF} \cong \overline{IL}$.

المعطيات:

$\overline{AC} \cong \overline{GI}, \overline{FE} \cong \overline{LK}, AC + CF + FE = GI + IL + LK$

المطلوب: $\overline{CF} \cong \overline{IL}$

البرهان:
(العبارات المبررات)

1) $\overline{AC} \cong \overline{GI}, \overline{FE} \cong \overline{LK}, AC + CF + FE = GI + IL + LK$

2) $FE = LK, AC = GI$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $AC + CF + FE = AC + IL + LK$ (بالتعويض)

4) $AC - AC + CF + FE = AC - AC + IL + LK$ (خاصية الطرح للمساواة)

5) $CF + FE = IL + LK$ (بالتبسيط)

6) $CF + FE = IL + FE$ (بالتعويض)

7) $CF + FE - FE = IL + FE - FE$ (خاصية الطرح للمساواة)

8) $CF = IL$ (بالتبسيط)

9) $\overline{CF} \cong \overline{IL}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)





b) برِّر برهانك بقياس أطوال القطع المستقيمة. فسِّر إجابتك.

إجابة ممكنة: لقد قستَ $\overline{CF}$ و $\overline{IL}$ وهما متساويتا الطول، إذن هما متطابقتان

10) **تمثيلات متعددة:** A نقطة منتصف $\overline{PQ}$، و B نقطة منتصف $\overline{PA}$، و C نقطة منتصف $\overline{PB}$.

a) **هندسيًا:** ارسم شكلًا يوضح هذه المعطيات.

P C B A Q

b) **جبريًا:** ضع تخمينًا للعلاقة الجبرية بين PC و PQ.

$8PC = PQ$

c) **حسيًا:** استعمل مسطرة لرسم قطعة مستقيمة تطابق $\overline{PQ}$، ولتعيين النقطتين B و C على $\overline{PQ}$، استعمل هذا الرسم لتؤيد التخمين الذي وضعته.

P C B Q

يمكنك قياس طول $\overline{PC}$ ووضع علامات على $\overline{PQ}$ لقطع طول كل منها يساوي طول $\overline{PC}$، ثم عد القطع الناتجة.

d) **منطقيًا:** أثبت صحة تخمينك.

المعطيات: A نقطة منتصف $\overline{PQ}$، و B نقطة منتصف $\overline{PA}$ و C نقطة منتصف $\overline{PB}$.

المطلوب: $8PC = PQ$



البرهان:
(العبارات المبررات)

1) A نقطة منتصف $\overline{PQ}$ ، و B نقطة منتصف $\overline{PA}$ ، و C نقطة منتصف $\overline{PB}$.

2) $PA = AQ, PB = BA, PC = CB$

(تعريف نقطة المنتصف)

3) $PC + CB = PB$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

4) $PC + PC = PB$ (بالتعويض)

5) $2PC = PB$ (بالتبسيط)

6) $PB + BA = PA$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

7) $PB + PB = PA$ (بالتعويض)

8) $2PB = PA$ (بالتبسيط)

9) $2\ (2PC) = PA$ (بالتعويض)

10) $4\ PC = PA$ (بالتعويض)

11) $PA + AQ = PQ$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

12) $PA + PA = PQ$ (بالتعويض)

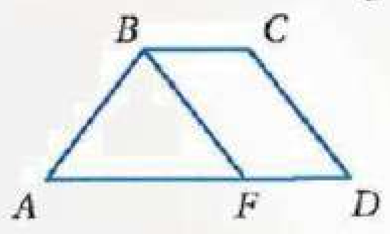
13) $2PA = PQ$ (بالتبسيط)

14) $2(4PC) = PQ$ (بالتعويض)

15) $8PC = PQ$ (بالتبسيط)



11) اكتشف الخطأ: في الشكل المجاور: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{CD} \cong \overline{BF}$ ، اختبر النتائج التي حصل عليها أحمد وسعد، وهل وصل أيٌّ منهما إلى نتيجة صحيحة؟



سعد	أحمد
بما أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{CD} \cong \overline{BF}$ ، إذن $\overline{AB} \cong \overline{BF}$ وذلك بتطبيق خاصية الانعكاس للتطابق.	بما أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{CD} \cong \overline{BF}$ ، إذن $\overline{AB} \cong \overline{AF}$ وذلك بتطبيق خاصية التعدي للتطابق.

كلاهما أخطأ: الإجابة الصحيحة:
بما أن $\overline{CD} \cong \overline{BF}$ و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{BF}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

12) تحدٍ: $ABCD$ مربع. أثبت أن $\overline{AC} \cong \overline{BD}$.

A B D C

المعطيات: $ABCD$ مربع.

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$





البرهان:
(العبارات المبررات)

1) $ABCD$ مربع. (معطيات)

2) $AB = BC = CD = DA$ (تعريف المربع)

3) $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$ ، $(BD)^2 = (AB)^2 + (AD)^2$ (نظرية فيثاغورس)

4) $(BD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$ (بالتعويض)

5) $(AC)^2 = (BD)^2$ (خاصية التعدي للمساواة)

6) $AC = \pm\sqrt{(BD)^2}$ (خاصية الجذر التربيعي)

7) $AC = \sqrt{(BD)^2}$ (بالتعريف يجب أن يكون الطول موجبًا.)

8) $AC = BD$ (تعريف الجذر التربيعي)

9) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)



13) **اكتب:** هل توجد خاصية في التطابق تشبه خاصية الجمع في المساواة؟ فسّر إجابتك.

لا ؛ لأن التطابق صفة للقطع المستقيمة، والقطع المستقيمة لا يمكن جمعها، في حين أن أطوال القطع المستقيمة هي أعداد يمكننا جمعها.

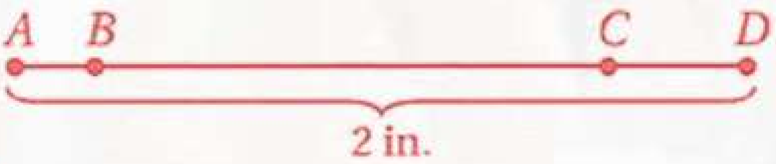
14) **تبرير:** صنِّف العبارة الآتية إلى صحيحة أو خاطئة، وإذا كانت خاطئة فأعط مثالًا مضادًا.

إذا كانت النقاط A, B, C, D, E تقع على استقامة واحدة، بحيث تقع B بين A و C ، وتقع C بين B و D ، وتقع D بين C و E ، وكان $AC = BD = CE$ ، فإن $AB = BC = DE$.

خطأ؛ إجابة ممكنة: إذا كان $AC = BD = CE = 10$، فإن $AB = 7$، $BC = 3$، $CD = 7$ ، $DE = 3$.



15) **مسألة مفتوحة:** ارسم شكلًا يمثل تعميمًا لمسلّمة جمع أطوال القطع المستقيمة، (جمع 3 قطع مستقيمة) واكتب النتيجة.





فيما سبق:

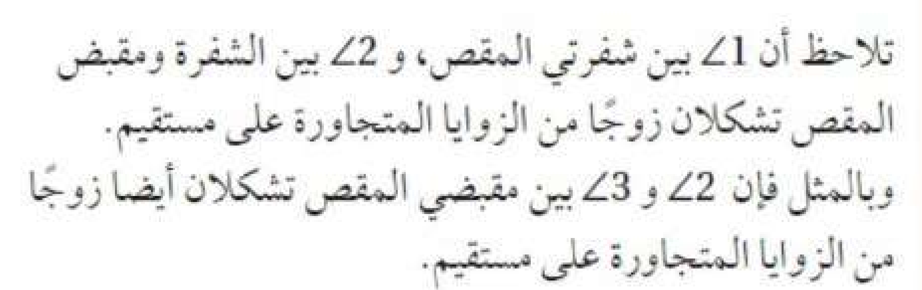
درستُ تعيين أزواج خاصة من الزوايا واستعملتها.

والآن:

- أكتب براهين تتضمن زوايا متتامة وزوايا متكاملة.
- أكتب براهين تتضمن زوايا متطابقة وزوايا قائمة.

www.obeikaneducation.com

لماذا؟



تلاحظ أن $\angle 1$ بين شفرتي المقص، و $\angle 2$ بين الشفرة ومقبض المقص تشكلان زوجًا من الزوايا المتجاورة على مستقيم.
وبالمثل فإن $\angle 2$ و $\angle 3$ بين مقبضي المقص تشكلان أيضا زوجًا من الزوايا المتجاورة على مستقيم.

الزوايا المتتامة والمتكاملة: توضّح مسلّمة المنقلة العلاقة بين قياس الزوايا والأعداد الحقيقية.

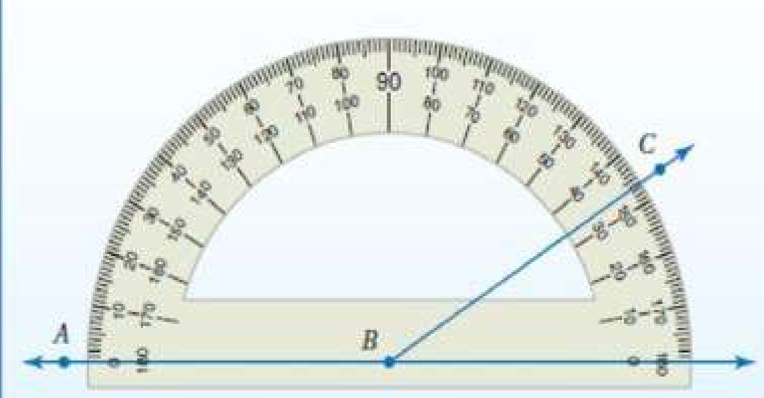


مسلمة 1.10 — مسلَمة المنقلة

أضف إلى مطويتك

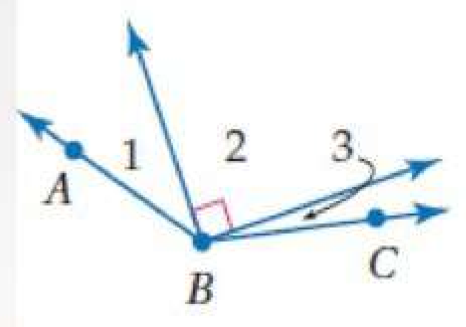
التعبير اللفظي: يرتبط قياس أي زاوية بعدد حقيقي واحد يقع بين $0°$ و $180°$.

مثال: إذا انطبق $\overrightarrow{BA}$ على صفر المنقلة، فإن قياس $\angle ABC$ يقابل عددًا حقيقيًا موجبًا.



الرجوع

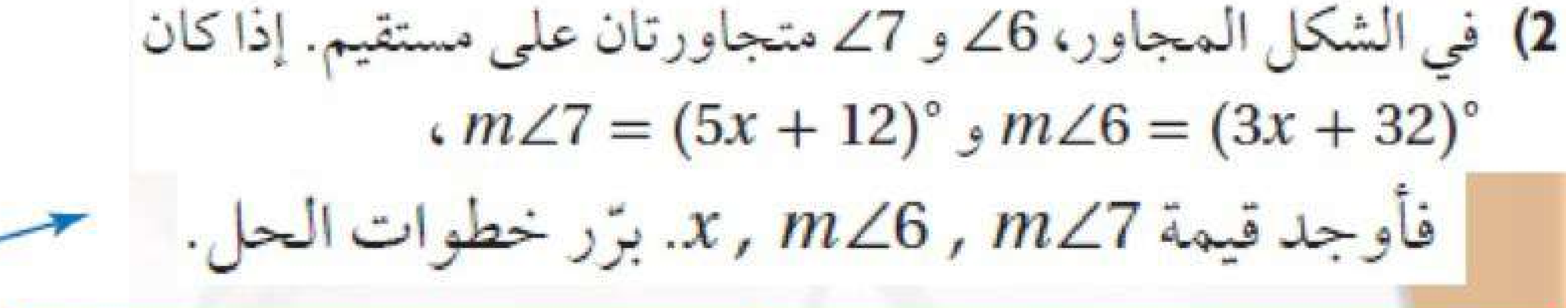
درست سابقًا مسلّمة جمع القطع المستقيمة، وتوجد علاقة مشابهة لها بين قياسات الزوايا.



1) إذا كان $m\angle ABC = 131°$, $m\angle 1 = 23°$، فأوجد $m\angle 3$.
برر خطوات حلّك.

المبررات	العبارات
1) مسلمة جمع قياسات الزوايا	$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = m\angle ABC$ (1
$m\angle 2 = 90°$ (2	$23° + 90° + m\angle 3 = 131°$ (2
3) بالتبسيط	$113° + m\angle 3 = 131°$ (3
4) خاصية الطرح للمساواة	$113° + m\angle 3 - 113° = 131° - 113°$ (4
5) بالتبسيط	$m\angle 3 = 18°$ (5



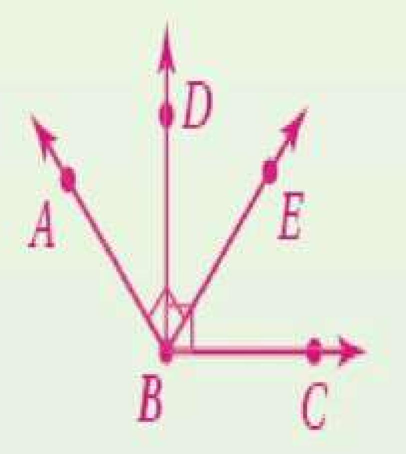


2) في الشكل المجاور، $\angle 6$ و $\angle 7$ متجاورتان على مستقيم. إذا كان $m\angle 6 = (3x + 32)^\circ$ و $m\angle 7 = (5x + 12)^\circ$،
فأوجد قيمة $m\angle 7$, $m\angle 6$, x. برّر خطوات الحل.

المبررات	المبررات
$m\angle 6 + m\angle 7 = 180^\circ$ (1	1) نظرية "الزاويتان المتكاملتان"
$3x + 32 + 5x + 12 = 180^\circ$ (2	2) بالتعويض
$8x + 44 = 180^\circ$ (3	3) بالتبسيط
$8x + 44 - 44 = 180 - 44$ (4	4) خاصية الطرح للمساواة
$8x = 136$ (5	5) بالتبسيط
$\frac{8x}{8} = \frac{136}{8}$ (6	6) خاصية القسمة للمساواة
$x = 17$ (7	7) بالتبسيط
$m\angle 6 = 3x + 32$ (8	8) معطيات
$m\angle 6 = 3(17) + 32 = 83^\circ$ (9	9) بالتعويض
$m\angle 7 = 5x + 12$ (10	10) معطيات
$m\angle 7 = 5(17) + 12$ (11	11) بالتعويض
$m\angle 7 = 97^\circ$ (12	12) بالتبسيط

3) في الشكل المجاور $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان. أثبت أن $\angle EBC \cong \angle ABD$.

3) **المعطيات:** $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان.



المطلوب: $\angle ABD \cong \angle EBC$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان	1) معطيات
2) $\angle ABD$ و $\angle DBE$ متتامتان $\angle DBE$ و $\angle EBC$ متتامتان	2) نظرية الزاويتين المتتامتين
3) $\angle ABD \cong \angle EBC$	3) نظرية تطابق المتمِّمات





4) إذا كانت $\angle 3$ و $\angle 4$ متقابلتين بالرأس، وكان $m\angle 3 = (6x + 2)^\circ$ و $m\angle 4 = (8x - 14)^\circ$، فأوجد $m\angle 3$ و $m\angle 4$. برر خطوات حلّك.

4) $\angle 4 \cong \angle 3$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

$m\angle 3 = m\angle 4$ (تعريف تطابق الزوايا)

$6x + 2 = 8x - 14$ (بالتعويض)

$6x + 2 + 14 = 8x - 14 + 14$ (خاصية الجمع للمساواة)

$6x + 16 = 8x$ (بالتبسيط)

$6x + 16 - 6x = 8x - 6x$ (خاصية الطرح للمساواة)

$16 = 2x$ (بالتبسيط)

$x = 8$ (خاصية القسمة للمساواة)

$m\angle 3 = 6x + 2$ (معطًى)

$m\angle 3 = 6(8) + 2$ (بالتعويض)

$m\angle 3 = 50^\circ$ (بالتبسيط)

$m\angle 3 = m\angle 4$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

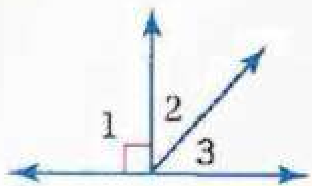
$m\angle 4 = 50^\circ$ (بالتعويض)

الرجوع

١-٨ إثبات علاقات الزوايا
Proving Angles Relationships

أوجد قياس الزوايا المرقّمة في كلٍّ مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك.

1) $m\angle 2 = x°, m\angle 3 = (x-16)°$



$m\angle 2 + m\angle 3 = 90$

$x + (x - 16) = 90$

$2x = 16 + 90 = 106$

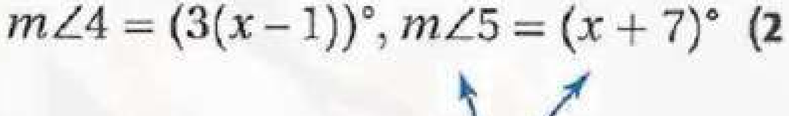
$x = \frac{106}{2} = 53$

$m\angle 2 = 53°$

$m\angle 3 = x - 16 = 53 - 16$

$m\angle 3 = 37°$

نظرية الزاويتين المتتامتين.



2) $m\angle 4 = (3(x-1))°, m\angle 5 = (x+7)°$





$m\angle 4$ و $m\angle 5$ زاويتان متجاورتان مجموعهما ١٨٠

$(3(x-1))° + (x+7)° = 180°$

$3x - 3 + x + 7 = 180$

$4x + 4 = 180$

$4x = 176$

$x = 176 \div 4$

$x = 44$

$m\angle 4 = 3 \times (44 - 1)$

$m\angle 4 = 129°$

$m\angle 5 = (44 + 7)$

$m\angle 5 = 51°$

نظرية الزاويتين المتكاملتين

الرجوع



3) **موقف:** استعمل مخطط موقف السيارات المجاور.
إذا علمت أن $\angle 6 \cong \angle 2$ ، فأثبت أن $\angle 8 \cong \angle 4$

المعطيات: $\angle 6 \cong \angle 2$

المطلوب: $\angle 8 \cong \angle 4$

العبارات المبررات

1) $\angle 2 \cong \angle 6$ (معطيات)

2) $m\angle 6 + m\angle 8 = 180,$
$m\angle 2 + m\angle 4 = 180$
(نظرية الزاويتين المتكاملتين)

3) $m\angle 2 + m\angle 8 = 180$
(بالتعويض)

4) $m\angle 2 - m\angle 2 + m\angle 4 =$
$180 - m\angle 2$
$m\angle 2 - m\angle 2 + m\angle 8 =$
$180 - m\angle 2$,
(خاصية الطرح للمساواة)

5) $m\angle 4 = 180 - m\angle 2$
$m\angle 8 = 180 - m\angle 2$
(بالتعويض)

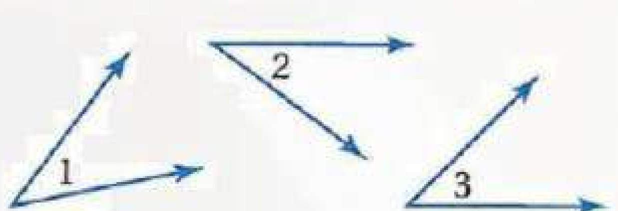
6) $m\angle 4 = m\angle 8$ (بالتعويض)

7) $\angle 4 \cong \angle 8$ (تعريف تطابق الزوايا)





4) **برهان:** فيما يأتي أكمل برهان إحدى حالات نظرية تطابق المتممات.



المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان.

$\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.

المطلوب: $\angle 1 \cong \angle 2$

البرهان:

العبارات	المبررات
a) $\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان. $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.	a) ؟ ـــــــ معطيات:
b) $m\angle 1 + m\angle 3 = 90°$ $m\angle 2 + m\angle 3 = 90°$	b) ؟ ـــــــ تعريف الزاويتين المتتامتين
c) $m\angle 1 + m\angle 3 = m\angle 2 + m\angle 3$	c) ؟ ـــــــ بالتعويض
d) $m\angle 1 = m\angle 2$	d) ؟ ـــــــ خاصية الطرح للمساواة
e) $\angle 1 \cong \angle 2$	e) ؟ ـــــــ تعريف تطابق الزاويا



5) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين فيما يأتي:

المعطيات: $\angle 7 \cong \angle 4$

المطلوب: $\angle 6 \cong \angle 5$

<u>العبارات المبررات</u>

1) $\angle 4 \cong \angle 7$ (معطيات)

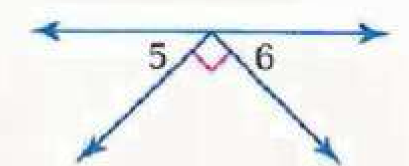
2) $\angle 4 \cong \angle 5$ و $\angle 6 \cong \angle 7$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

3) $\angle 5 \cong \angle 7$ (خاصية التعدي للتطابق)

4) $\angle 5 \cong \angle 6$ (خاصية التعدي للتطابق)

أوجد قياس الزوايا المرقَّمة في كلٍّ مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك.

6) $m\angle 5 = m\angle 6$

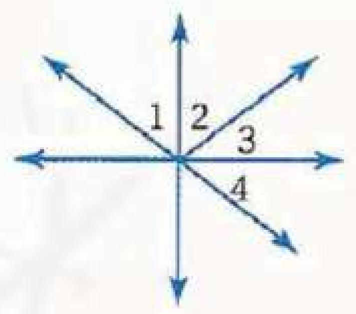


$m\angle 5 = m\angle 6 = 45$ (مسلمة جمع الزوايا ونظرية الزاويتين المتكاملتين)





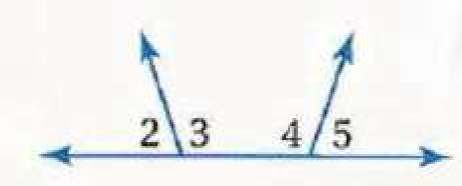
7) ∠2 و ∠3 متتامتان،
$\angle 1 \cong \angle 4$ ،
$m\angle 2 = 28°$



$$m\angle 2 + m\angle 3 = 90$$
$$28° + m\angle 3 = 90°$$
$$m\angle 3 = 90° - 28°$$
$$m\angle 3 = 62°$$

$m\angle 1 = m\angle 4 = 45°$ (نظرية الزاويتين المتتامتين ومسلمة جمع الزوايا)

8) ∠2 و ∠4 متكاملتان،
∠4 و ∠5 متكاملتان،
$m\angle 4 = 105°$



$m\angle 2$ و $m\angle 4$ (نظرية تطابق المكملات ونظرية الزاويتين المتكاملتين)

$$m\angle 2 + m\angle 4 = 180°$$
$$m\angle 2 + 105° = 180°$$
$$m\angle 2 = 180° - 105°$$
$$m\angle 2 = 75°$$

$m\angle 5$ و $m\angle 4$ (نظرية تطابق المكملات ونظرية الزاويتين المتكاملتين)

$$m\angle 5 + m\angle 4 = 180°$$
$$m\angle 5 + 105° = 180°$$
$$m\angle 5 = 180° - 105°$$
$$m\angle 5 = 75°$$

$$m\angle 3 = 180° - 75°$$
$$m\angle 3 = 105°$$



9) $m\angle 9 = (3x + 12)^\circ$

$m\angle 10 = (x - 24)^\circ$

$(3x + 12)^\circ + (x - 24)^\circ = 180^\circ$

$4x - 12 = 180^\circ$

$4x = 192^\circ$

$x = 192 \div 4$

$x = 48$

$m\angle 9 = 3 \times 48 + 12$

$m\angle 9 = 156^\circ$

$m\angle 10 = 48 - 24$

$m\angle 10 = 24^\circ$

(نظرية الزاويتين المتكاملتين)

10) $m\angle 3 = (2x + 23)^\circ$

$m\angle 4 = (5x - 112)^\circ$

$(2x + 23)^\circ = (5x - 112)^\circ$

$5x - 112 - 2x - 23 = 0$

$3x - 135 = 0$

$3x = 135$

$x = 135 \div 3$

$x = 45^\circ$

(نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

$m\angle 3 = 2 \times 45 + 23$

$m\angle 3 = 113^\circ$

$m\angle 4 = 113^\circ$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)



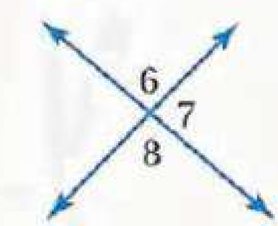
$(2x - 21)^\circ + (3x - 34)^\circ = 180^\circ$
$5x - 55 = 180$
$5x = 235$
$x = 235 \div 5$
$x = 47$

$m\angle 6 = 2 \times 47 - 21$
$m\angle 6 = 73^\circ$

$m\angle 7 = 3 \times 47 - 34$
$m\angle 7 = 107^\circ$

(11 $m\angle 6 = (2x - 21)^\circ$

$m\angle 7 = (3x - 34)^\circ$

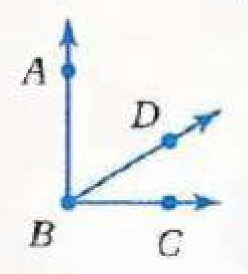


$m\angle 8 = 73^\circ$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين ونظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين في كلٍّ مما يأتي:

12) المعطيات: $\angle ABC$ زاوية قائمة.

المطلوب: $\angle ABD, \angle CBD$ متتامتان.



البرهان:
(العبارات المبررات)

1) $\angle ABC$ قائمة (معطيات)

2) $m\angle ABC = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

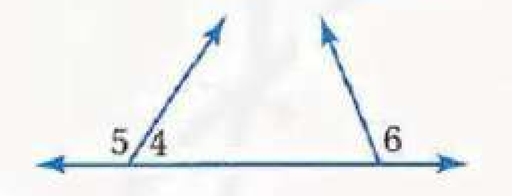
3) $m\angle ABC = m\angle ABD + m\angle CBD$
(مسلّمة جمع الزوايا)





4) $m\angle ABD + m\angle CBD = 90$ (بالتعويض)

5) $\angle ABD$ و $\angle CBD$ متتامتان (تعريف الزاويتين المتتامتين)



13) **المعطيات:** $\angle 5 \cong \angle 6$

المطلوب: $\angle 4$, $\angle 6$ متكاملتان.

البرهان:
(العبارات المبررات)

1) $\angle 5 \cong \angle 6$ (معطيات)

2) $m\angle 5 = m\angle 6$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $\angle 4$ و $\angle 5$ متكاملتان (تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم)

4) $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$ (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

5) $m\angle 4 + m\angle 6 = 180$ (بالتعويض)

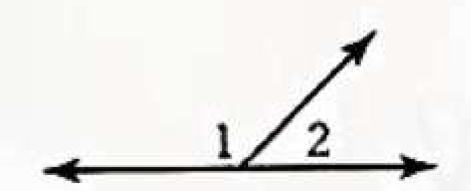
6) $\angle 4$ و $\angle 6$ متكاملتان (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

اكتب برهانًا لكلٍّ من النظريات الآتية:

14) نظرية الزاويتين المتكاملتين.







المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتين على مستقيم

المطلوب: $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.

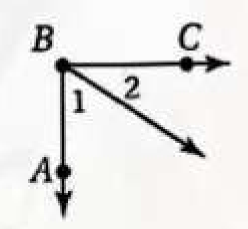
برهان حر:

عندما تكون الزاويتان متجاورتين على مستقيم،فإن الزاوية الناتجة عنهما هي زاوية مستقيمة قياسها180.

وبالتعريف تكون الزاويتان متكاملتين،إذا كان مجموع قياسها يساوي 180.وباستعمال مسلمة جمع الزوايا ومن ذلك تكون الزاويتان متكاملتين،إذا كانتا متجاورتين على مستقيم.

$.m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$

15) نظرية الزاويتين المتتامتين.



المعطيات: $\angle ABC$ قائمة.

المطلوب: $\angle 1$ و $\angle 2$ متتامتان.

البرهان:
(العبارات المبررات)

1) $\angle ABC$ قائمة (معطيات)

2) $m\angle ABC = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

3) $m\angle ABC = m\angle 1 + m\angle 2$ (مسلّمة جمع الزوايا)

4) $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$ (بالتعويض)



5) $\angle 1$ و $\angle 2$ متتامتان (تعريف الزاويتين المتتامتين)



16) خاصية الانعكاس للتطابق.

المعطيات: $\angle A$

المطلوب: $\angle A \cong \angle A$

البرهان:
(العبارات المبررات)

1) $\angle A$ (معطاة)

2) $m\angle A = m\angle A$ (خاصية الانعكاس للمساواة)

3) $\angle A \cong \angle A$ (تعريف تطابق الزوايا)

17) خاصية التعدي للتطابق.

المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$، $\angle 2 \cong \angle 3$

المطلوب: $\angle 1 \cong \angle 3$

البرهان:
(العبارات المبررات)

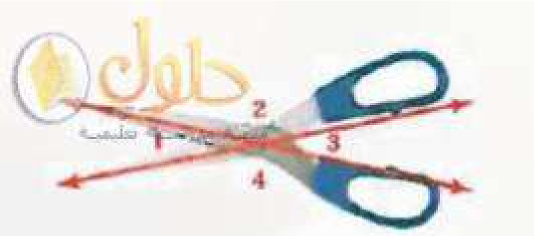
1) $\angle 1 \cong \angle 2, \angle 2 \cong \angle 3$ (معطيات)

2) $m\angle 1 = m\angle 2, m\angle 2 = m\angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $m\angle 1 = m\angle 3$ (خاصية التعدي للمساواة)

4) $\angle 1 \cong \angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)



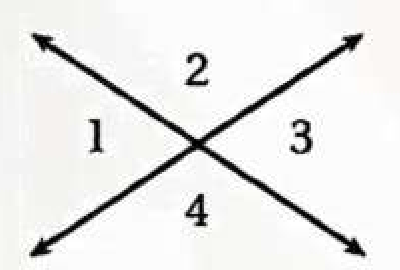


18) **برهان:** أثبت أن مجموع قياسات الزوايا الأربع الناتجة عند فتح المقص يساوي °360

المعطيات:

$\angle 4$,$\angle 3$, $\angle 2$, $\angle 1$ ناتجة

عن تقاطع مستقيمين



المطلوب: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 360°$

البرهان:

(العبارات المبررات)

1) $\angle 4$,$\angle 3$, $\angle 2$, $\angle 1$ ناتجة عن تقاطع مستقيمين (معطيات)

2) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180, m\angle 3 + m\angle 4 = 180$

(نظرية الزاويتين المتكاملتين)

3) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180 + m\angle 3$

(خاصية الجمع للمساواة)

4) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180 + m\angle 3 + m\angle 4$

(خاصية الجمع للمساواة)

5) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180 + 180$ (بالتعويض)



19) طبيعة: الأفعى المجلجلة أفعى سامّة، ويوجد على جلدها زركشة تأخذ أشكالًا نمطية. انظر إلى الشكل أدناه، والذي يمثِّل صورة مكبرة لجلد الأفعى المبيَّنة جهة اليمين. إذا كانت $\angle 4 \cong \angle 1$ ، فأثبت أن $\angle 3 \cong \angle 2$.

المعطيات: $\angle 4 \cong \angle 1$

المطلوب: $\angle 3 \cong \angle 2$

البرهان:

(العبارات المبررات)

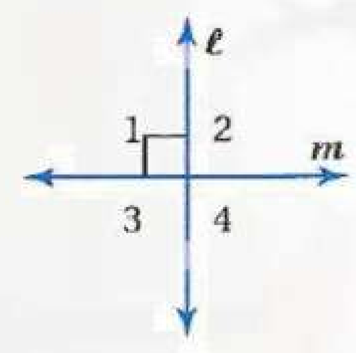
1) $\angle 4 \cong \angle 1$ (معطيات)

2) $\angle 4 \cong \angle 3, \angle 2 \cong \angle 1$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

3) $\angle 3 \cong \angle 1$ (خاصية التعدي للتطابق)

4) $\angle 3 \cong \angle 2$ (خاصية التعدي للتطابق)

برهان: استعمل الشكل المجاور لكتابة برهان لكلٍّ من النظريات الآتية.



20) نظرية 1.9

المعطيات: $\ell \perp m$

المطلوب: $\angle 4, \angle 3, \angle 2$ قوائم.





البرهان:
(العبارات المبررات)

1) $\ell \perp m$ (معطيات)

2) $\angle 1$ قائمة (تعريف التعامد)

3) $m\angle 1 = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

4) $\angle 1 \cong \angle 4$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

5) $m\angle 1 = m\angle 4$ (تعريف الزوايا المتطابقة)

6) $m\angle 4 = 90°$ (بالتعويض)

7) $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتان على مستقيم

$\angle 3$ و $\angle 4$ متجاورتان على مستقيم (تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم)

8) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180°, m\angle 4 + m\angle 3 = 180°$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

9) $90 + m\angle 2 = 180, 90 + m\angle 3 = 180$ (بالتعويض)

10) $m\angle 2 = 90, m\angle 3 = 90$ (خاصية الطرح للمساواة)

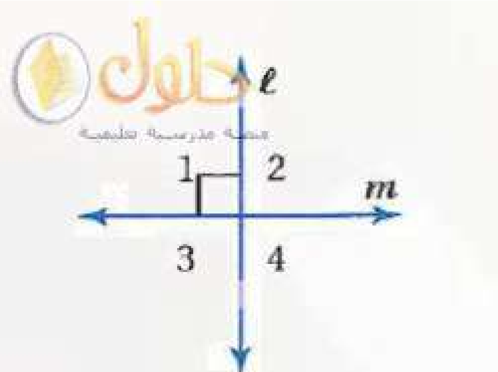
11) $\angle 2, \angle 3, \angle 4$ قوائم (تعريف الزاوية القائمة)





حلول
منصة مدرسية تعليمية
ℓ
m
1
2
3
4
21) نظرية 1.10
المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان
المطلوب: $\angle 1 \cong \angle 2$
البرهان:
(العبارات المبررات)
1) $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان (معطيات)
2) $m\angle 1 = 90, m\angle 2 = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)
3) $m\angle 1 = m\angle 2$ (بالتعويض)
4) $\angle 1 \cong \angle 2$ (تعريف تطابق الزوايا)
1
2
22) نظرية 1.11
المعطيات: $\ell \perp m$
المطلوب: $\angle 1 \cong \angle 2$
البرهان:
(العبارات المبررات)
1) $\ell \perp m$ (معطيات)
2) $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان (يتقاطع المستقيمان
المتعامدان ويكونان 4 زوايا قائمة)
3) $\angle 1 \cong \angle 2$ (جميع الزوايا القائمة متطابقة)
الرجوع

23) نظرية 1.12

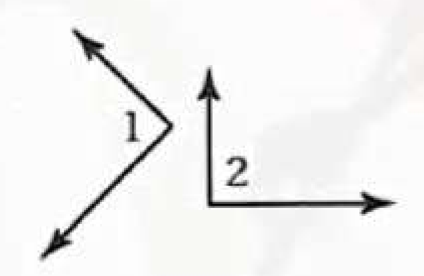


المعطيات: $\angle 1$و $\angle 2$ متكاملتان، $\angle 2 \cong \angle 1$

المطلوب: $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان.

البرهان:

(العبارات المبررات)



1) $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان، $\angle 2 \cong \angle 1$ (معطيات)

2) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ (تعريف الزوايا المتكاملة)

3) $m\angle 1 = m\angle 2$ (تعريف الزوايا المتطابقة)

4) $m\angle 1 + m\angle 1 = 180$ (بالتعويض)

5) $2(m\angle 1) = 180$ (بالتعويض)

6) $m\angle 1 = 90$ (خاصية القسمة)

7) $m\angle 2 = 90$ (بالتعويض)

8) $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان (تعريف الزاوية القائمة)

24) نظرية 1.13

المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتان على مستقيم، $\angle 2 \cong \angle 1$

المطلوب: $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان





البرهان:
(العبارات المبررات)

١) $\angle 1, \angle 2$ متجاورتين على مستقيم، $\angle 2 \cong \angle 1$

٢) $\angle 2 = \angle 1$ تعريف تطابق الزوايا

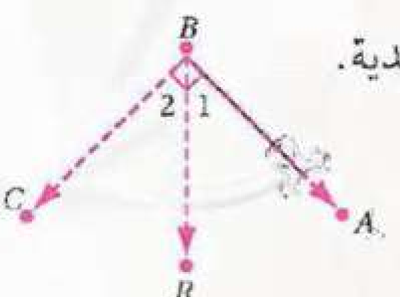
٣) $\angle 2 + \angle 1 =$ ١٨٠° (تعريف الزوايا المتجاورة على مستقيم)

٤) $\angle 1 + \angle 1 =$ ١٨٠° خاصية التعويض

٥) $2\angle 1 =$ ١٨٠° (خاصية الجمع للمساواة)

٦) $\angle 1 =$ ٩٠° (خاصية القسمة للمساواة)

٧) $\angle 1, \angle 2$ قائمتين كل منهما = ٩٠°



25) **بندول:** يظهر في الشكل المجاور وضع بندول ساعة تقليدية.
إذا علمت أن $\angle ABC$ قائمة. وأن $m\angle 1 = 45°$ ،
فاكتب برهانًا حرًّا لإثبات أن $\overrightarrow{BR}$ ينصف $\angle ABC$

بما أن $\angle ABC$ قائمة، فإن قياسها يساوي 90، $\overrightarrow{BR}$ يقسم $\angle ABC$ إلى $\angle ABR$ و $\angle CBR$.





وباستعمال مسلمة جمع الزوايا $m\angle ABR + m\angle CBR = m\angle ABC$ وبالتعويض $m\angle ABR + m\angle CBR = 90$

وبالتعويض مرة ثانية $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$.

وبما أن $m\angle 1 = 45°$

إذن $45 + m\angle 2 = 90$

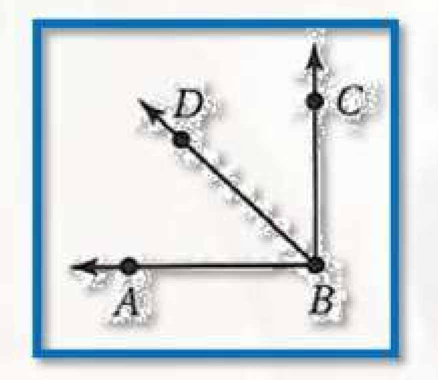
وباستعمال خاصية الطرح للمساواة

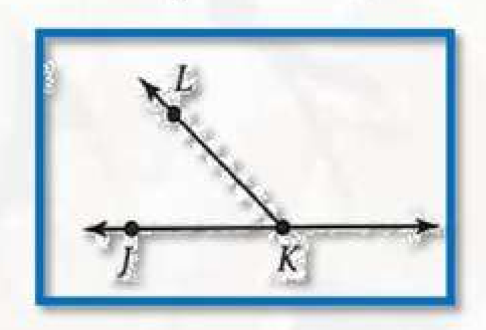
$45 - 45 + m\angle 2 = 90 - 45$

فإن $m\angle 2 = 45$. وبما أن $m\angle 1$ و $m\angle 2$ متساو، فإن $\overrightarrow{BR}$ يكون منصفًا للزاوية $\angle ABC$ بتعريف منصف الزاوية.

26) **تمثيلات متعددة:** في هذه المسألة سوف تستكشف علاقات الزوايا.

a) **هندسيًا:** استعمل المنقلة لرسم زاوية قائمة ABC، وحدد نقطة داخلها، وسمّها D. ارسم $\overrightarrow{BD}$. ثم ارسم $\overrightarrow{KL}$ ، وارسم $\angle JKL$ التي تطابق $\angle ABD$.









b) **لفظيًا:** ضع تخمينًا حول العلاقة بين $\angle JKL$ و $\angle DBC$.

إجابة ممكنة: $\angle DBC$ و $\angle JKL$ متتامتان.

c) **منطقيًا:** أثبت صحة التخمين الذي وضعته.

المعطيات: $\angle ABD$ و $\angle DBC$ متتامتان.

$\angle ABD \cong \angle JKL$

المطلوب: $\angle DBC$ و $\angle JKL$ متتامتان.

البرهان:

(العبارات المبررات)

1) $\angle ABD$ و $\angle DBC$ متتامتان، $\angle ABD \cong \angle JKL$. (معطيات)

2) $m\angle DBC + m\angle ABD = 90$ (تعريف الزاويتين المتتامتين)

3) $m\angle ABD = m\angle JKL$ (تعريف تطابق الزوايا)

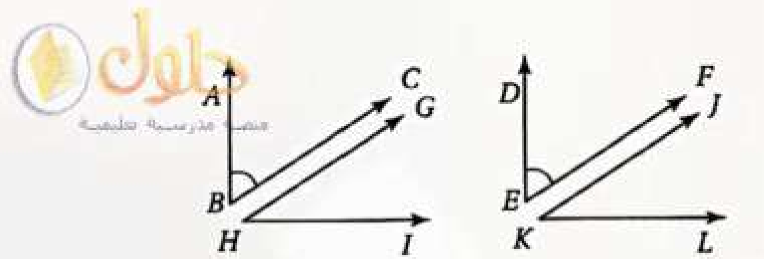
4) $m\angle DBC + m\angle JKL = 90$ (بالتعويض)

5) $\angle DBC$ و $\angle JKL$ متتامتان (تعريف الزاويتين المتتامتين)

27) **تحدٍّ:** لقد تم إثبات حالة واحدة من نظرية تطابق المكملات، وفي السؤال 4 برهنت الحالة المشابهة من نظرية تطابق المتممات. فسّر لماذا توجد حالتان لكلٍّ من هاتين النظريتين، واكتب برهانًا للحالة الثانية لكلٍّ منهما.

وردت العبارة "أو لزاويتين متطابقتين" في نصفي النظرتين، وهذا يعيني أن علينا إثبات النظرتين في هذه الحالة أيضاً.





المعطيات: $\angle ABC \cong \angle DEF$ ، $\angle GHI$ متممة $\angle ABC$ ،
$\angle JKL$ متممة $\angle DEF$.

المطلوب: $\angle GHI \cong \angle JKL$

البرهان:

(العبارات المبررات)

1) $\angle ABC \cong \angle DEF$ ، $\angle GHI$ متممة $\angle ABC$ ،
$\angle JKL$ متممة $\angle DEF$ (معطيات)

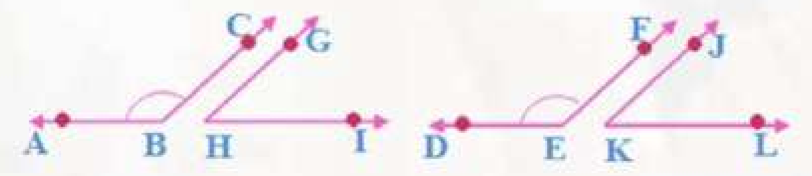
2) $m\angle ABC = m\angle DEF$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $m\angle ABC + m\angle GHI = 90°$ ، $m\angle DEF + m\angle JKL = 90°$
(تعريف الزاويتين المتتامتين)

4) $m\angle ABC + m\angle JKL = 90$ (بالتعويض)

5) $m\angle ABC + m\angle JKL = 90$ (خاصية التماثل للمساواة)

6) $m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL$
(خاصية التعدي للمساواة)





٧) $= m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle JKL$

$m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle GHI$ (خاصية الطرح للمساواة)

٨) $m\angle GHI = m\angle JKL$ (بالتبسيط)

٩) $\angle GHI \cong \angle JKL$ (تعريف تطابق الزوايا)

المعطيات: $\angle ABC \cong \angle DEF$

$\angle GHI$ مكملة $\angle ABC$

$\angle JKL$ مكملة $\angle DEF$

المطلوب: $\angle GHI \cong \angle JKL$

البرهان:

١) $\angle ABC \cong \angle DEF$

$\angle GHI$ مكملة $\angle ABC$

$\angle JKL$ مكملة $\angle DEF$ (معطيات)

٢) $m\angle ABC = m\angle DEF$ (تعريف تطابق الزوايا)

٣) $m\angle ABC + m\angle GHI = 180^\circ, m\angle DEF + m\angle JKL = 90^\circ$ (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

٤) $m\angle ABC + m\angle JKL = 180^\circ$ (بالتعويض)



$m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL$ (٥ (خاصية التعدي للمساواة)

$= m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle GHI$ (٦

$m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية الطرح للمساواة)

$m\angle GHI = m\angle GKL$ (٧ (بالتبسيط)

$\angle GHI \cong \angle JKL$ (تعريف تطبيق الزوايا)

28) **تبرير:** حدد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أحيانًا أو صحيحة دائما أو غير صحيحة أبدًا. فسّر تبريرك.

إذا كانت إحدى الزوايا المتكونة من مستقيمين متقاطعين حادة، فإن الزوايا الثلاث الأخرى المتكونة من هذا التقاطع حادة أيضًا.

غير صحيحة أبداً، لأن كل زاويتين متجاورتين ناشئتين من تقاطع مستقيمين تكونان متجاورتين على مستقيم. وإذا كانت إحدى هاتين الزاويتين حادة فسيكون قياسها أقل من $90°$ وسيكون قياس مكملها أكثر من $90°$ لأن ناتجة طرح عدد أقل من $90°$ من $180°$هو عدد أكبر من $90°$ دائماً.

29) **اكتب:** فسّر كيف يمكن استعمال المنقلة لإيجاد قياس الزاوية المتممة لزاوية أخرى بطريقةٍ سريعة.

إجابة ممكنة: بما أن المنقلة تتضمن تدريجياًللزوايا المنفرجة،فإن قياس المكملة هو القياس المقابل لقياس الزاوية المعلومة على التدريج الآخر من المنقلة.

